Examen final de langages et systèmes formels

ÉNSIIE, semestre 3

jeudi 24 novembre 2016

Durée : 1h45.
Tout document personnel autorisé (pas de prêt entre voisins).
Ce sujet comporte 3 exercices indépendants, qui peuvent être traités dans l'ordre voulu. Il contient 2 pages.
Le barème est donné à titre indicatif, il est susceptible d'être modifié. Le total est sur 20 points.
Il va de soi que toute réponse devra être justifiée.

Exercice 1 : (7 pts)

Sur le vocabulaire $\{0; 1\}$, soit L le langage des mots représentant en binaire sans 0 non significatifs les entiers naturels multiples de 4. (0 est dans L, ϵ n'en fait pas partie.)

1. Donner une expression régulière dont l'interprétation est L.
2. En utilisant les constructions vues en cours, donner l'automate non déterministe avec ϵ-transitions correspondant à cette expression.
3. Éliminer les ϵ-transitions.
4. Déterminiser l'automate obtenu.
5. Minimiser l'automate déterministe.

Exercice 2 : (5 pts)

Sur le vocabulaire $\{a; b\}$, soit M le langage des mots qui ne contiennent pas le sous-mot abb.

1. Donner un automate fini reconnaissant M.
2. En déduire une grammaire régulière réduite dont le langage est M.
3. Donner le système d'équations linéaire gauche associé.
4. Le résoudre pour donner une expression régulière dont l'interprétation est M.

Exercice 3 : (8 pts)

Sur le vocabulaire $\{p; q; r; \wedge; \Rightarrow; \neg; (;)\}$ on considère les formules de la logique propositionnelle définies par la grammaire

$$F \to p \mid q \mid r \mid F \wedge F \mid F \Rightarrow F \mid \neg F \mid (F)$$

1. Justifier que la grammaire est ambiguë.
2. Proposer une grammaire non ambiguë en considérant que $\neg$ est prioritaire sur $\wedge$, qui est prioritaire sur $\Rightarrow$; et que $\wedge$ associe à gauche tandis que $\Rightarrow$ associe à droite.
3. Proposer une syntaxe abstraite pour les formules de la logique propositionnelle, et donner les actions de la grammaire qui permettent de construire l'arbre de syntaxe abstraite d'une formule.
4. Calculer l'arbre de syntaxe abstraite de $\neg(p \Rightarrow q \wedge \neg r \wedge p \Rightarrow r) \wedge \neg r$ à l'aide d'une analyse ascendante.
5. La profondeur de négation d'une occurrence de variable propositionnelle (p, q ou r) dans une formule F est le nombre de fois où on passe par un $\neg$ ou à gauche d'un $\Rightarrow$ en allant de la racine à l'occurrence dans l'arbre de syntaxe abstraite de F. La profondeur de négation d'une variable dans F est le maximum des profondeurs de négation de toutes les occurrences de cette variable dans F. Par convention, on dira que cette profondeur est $-\infty$ si la variable n'apparaît pas dans F.

   Proposer des actions telles que l'enracinement final retourne la profondeur de négation de la variable r dans la formule reconnue.
6. Utiliser ces actions pour calculer la profondeur de négation de r dans $\neg(p \Rightarrow q \wedge \neg r \wedge p \Rightarrow r) \wedge \neg r$. (On indiquera à chaque enracinement la valeur produite par l'action.)