Compilation

Cours n°7: Allocation de registres par coloriage de graphes

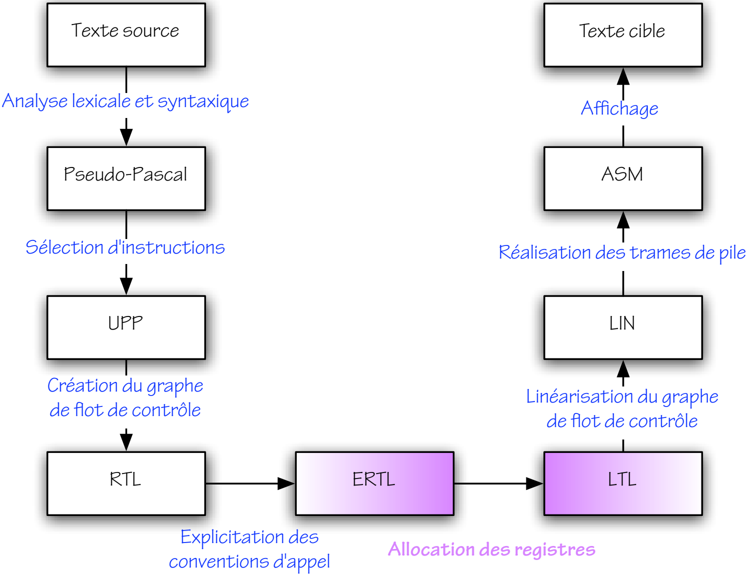
Sandrine Blazy
(d'après le cours de François Pottier)

ensiie - 2^e année

5 décembre 2008

école nationale supérieure d'informatique pour l'industrie et l'entreprise

ensiie


Texte source
Analyse lexicale et syntaxique
Pseudo-Pascal
Sélection d'instructions
UPP
Création du graphe de flot de contrôle
RTL
Explicitation des conventions d'appel
ERTL
Allocation des registres
LTL
Linéarisation du graphe de flot de contrôle
LIN
Réalisation des trames de pile
ASM
Affichage
Texte cible

Allocation de registres

On souhaite *réaliser* chaque pseudo-registre par un registre physique, ou, à défaut, un emplacement de pile.

On s'intéresse uniquement aux registres physiques dits *allouables*, c'est-à-dire *non réservés* pour un usage particulier, comme le sont par exemple $gp ou $sp.

Les registres exploités par la convention d'appel, à savoir $v0, $a0-$a3, et $ra *sont* allouables. Les registres $t0-$t9 et $s0-$s7 le sont également.

ensiie

De l'allocation de registres au coloriage de graphes

Nous avons construit un *graphe d'interférences* dont :

- les sommets sont *les pseudo-registres et les registres physiques allouables* ;
- une *arête d'interférence* relie deux sommets qui doivent recevoir des emplacements distincts ;
- une *arête de préférence* ou arête « move » relie deux sommets à qui on souhaiterait attribuer le même emplacement.

De l'allocation de registres au coloriage de graphes

Supposons que l'on dispose de k registres physiques allouables. Alors le problème de l'allocation de registres *semble* se résumer à :

- attribuer une *couleur* parmi k à chaque sommet représentant un pseudo-registre,
- de façon à ce que *deux sommets reliés par une arête d'interférence ne reçoivent jamais la même couleur,*
- et si possible de façon à ce que deux sommets reliés par une arête de préférence reçoivent la même couleur.

Le graphe est dit *k-colorable* si ce nouveau problème admet une solution.

Historique

L'idée de réduire l'allocation de registres au coloriage de graphes date des années 1960, mais a été mise en pratique pour la première fois par Chaitin en 1981.

Ce cadre théorique est attirant de par sa *simplicité*, mais quelques problèmes demeurent...

Difficultés et limitations

Premier problème :

- le problème du coloriage de graphes est *NP-complet*, d'où, en pratique, impossibilité de construire une solution optimale.

En réponse, tous les compilateurs actuels utilisent des *heuristiques* de complexité linéaire ou quasi-linéaire.

Voir « A generic NP-hardness proof for a variant of Graph Coloring » (Bodlaender, 2001).

Difficultés et limitations

Deuxième problème :

- si le graphe *n'est pas* k-colorable ou si on ne *trouve pas* de k-coloriage, que faire ?

L'idée la plus simple est de permettre à certains sommets de rester *non colorés* et de réaliser ensuite ces pseudo-registres par des emplacements de pile. On parle alors de *« spill »*.

Les détails de ce processus sont *plus subtils* qu'il n'y paraît, et ce problème, dans toute sa généralité, offre lui aussi un espace de choix *colossal.*

Difficultés et limitations

Troisième et dernier problème :

- certaines architectures existantes n'offrent pas k registres physiques *indépendants* et *interchangeables.*

Heureusement, on peut modifier l'algorithme de coloriage de graphes pour refléter les irrégularités et particularités les plus courantes.

1 Algorithmes de coloriage

Algorithmes de « spill »

Quelques problèmes pratiques

Simplification

Kempe (1879) et Chaitin (1981) ont observé qu'un sommet s de degré strictement inférieur à k est *trivialement colorable :* le graphe G est k-colorable si et seulement si G privé de s est k-colorable.

On peut répéter cette *simplification* autant de fois que possible. De plus, le fait de supprimer un sommet trivialement colorable peut *rendre d'autres sommets* trivialement colorables.

L'algorithme de Chaitin

procédure $\textsc{Colorier}(G)$
si il existe un sommet s trivialement colorable
alors $\begin{cases} \textsc{Colorier}(G \setminus s) \\ \text{attribuer une couleur disponible à } s \end{cases}$
sinon si il existe un sommet s
alors $\begin{cases} \textsc{Colorier}(G \setminus s) \\ \text{« spiller » } s \end{cases}$

Cet algorithme peut être implanté avec une *complexité linéaire*.
(Comment ?)

Le comportement de l'algorithme est influencé par la façon dont certains *choix* sont effectués...

Choix de sommets

Le choix d'un sommet trivialement colorable, lorsqu'il en existe plusieurs, n'est pas fondamental. (Pourquoi ?)

Le *choix d'un sommet à « spiller »* est critique :

- pour une meilleure efficacité, il faut choisir un pseudo-registre *peu utilisé* ou *utilisé en des points peu critiques* du code ;
- pour faciliter la suite du coloriage, il vaut mieux choisir un sommet de *fort degré*.

On fait appel à une fonction de coût qui combine ces critères.

Emploi des registres « callee-save »

Cette heuristique permet naturellement un bon emploi des registres *« callee-save »*.

En effet, les pseudo-registres introduits pour sauvegarder le contenu des registres « callee-save » sont *peu utilisés* – une écriture et une lecture – et ont une très longue durée de vie, donc un *fort degré*.

Ils seront donc « spillés » de préférence. Ainsi, les registres *callee-save* seront sauvegardés à l'entrée, restaurés à la sortie, et disponibles entre les deux.

Choix de couleurs

Le *choix de la couleur* attribuée à un sommet s trivialement colorable après coloriage de $G \setminus s$ est important : on a ici une occasion de respecter les souhaits exprimés par les *arêtes de préférence*.

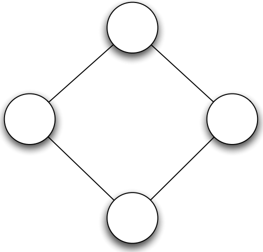
Supposons t relié à s par une arête de préférence.

On attribuera à s *la couleur déjà attribuée* à t, s'il est déjà coloré ; ou bien *une couleur encore permise* pour t, s'il n'est pas encore coloré ; etc.

Cette technique de *coloriage biaisé* est simple mais limitée. Le *« coalescing »* lui sera supérieur.

Des méfaits du pessimisme

Pour $k = 2$, ce graphe est-il coloriable ? Que donne l'algorithme de Chaitin ?



Comment améliorer l'algorithme ?

Coloriage optimiste

procédure $\textsc{Colorier}(G)$

si il existe un sommet s trivialement colorable

alors $\begin{cases} \textsc{Colorier}(G \setminus s) \\ \text{attribuer une couleur disponible à } s \end{cases}$

sinon si il existe un sommet s

alors $\begin{cases} \textsc{Colorier}(G \setminus s) \\ \textbf{si } \textit{une couleur reste disponible pour } s \\ \textbf{alors } \textit{la lui attribuer} \\ \textbf{sinon } \text{« spiller » } s \end{cases}$

Voir Improvements to Graph Coloring Register Allocation (Briggs et al., 1994).

« Coalescing »

Revenons à la question du respect des *arêtes de préférence*.

Une approche plus radicale que le coloriage biaisé, également due à Chaitin, consiste à d'abord *fusionner* (*coalescer*) tous les sommets reliés par des arêtes de préférence avant d'effectuer le coloriage.

La couleur attribuée à deux ou plusieurs sommets fusionnés est celle attribuée à leur agrégat.

Fusionner deux sommets peut amener une arête d'interférence et une arête de préférence à se chevaucher ; dans ce cas, la seconde disparaît.

Avantages et inconvénients du « coalescing » sauvage

Cette forme dite *agressive* ou *sauvage* de « coalescing » présente plusieurs avantages :

- *toutes* les arêtes de préférence, sauf celles éclipsées par une arête d'interférence, sont respectées ;
- fusionner deux sommets *diminue le degré* de leurs voisins communs et peut donc les rendre trivialement colorables.

Cependant, elle souffre également d'un inconvénient :

- fusionner deux ou plusieurs sommets peut créer un sommet de *très fort degré*, qui sera probablement « spillé », tandis que, sans fusion, un ou plusieurs des sommets initiaux auraient peut-être pu être colorés.

« Coalescing » conservatif

Le « coalescing » *conservatif* ou *prudent* consiste à ne fusionner deux sommets que si l'on a la *certitude* de *préserver la k-colorabilité* du graphe.

Briggs et George proposent chacun une *condition suffisante* pour cela...

ensiie

Le critère de Briggs

Briggs propose le critère suivant :

> *Deux sommets peuvent être fusionnés si le sommet résultant a moins de k voisins non trivialement colorables.*

On exige en fait que le sommet résultant soit trivialement colorable *modulo simplification*. Parce que le « coalescing » peut avoir lieu avant certaines étapes de simplification, on *anticipe* l'effet de celles-ci.

Le critère de George

George propose le critère suivant :

> *Deux sommets a et b peuvent être fusionnés si tout voisin non trivialement colorable de a est également voisin de b.*

On *anticipe* encore une fois l'effet des simplifications futures. Une fois celles-ci effectuées, tout voisin de a sera voisin de b, donc *toute couleur permise pour b le sera également pour a.*

Les critères de Briggs et George sont incomparables. (Pourquoi ?)

Complications

Le « coalescing » conservatif induit quelques *subtilités* qui viennent compliquer l'algorithme...

- deux sommets non fusionnables *peuvent le devenir* suite à une simplification ;
- un sommet non trivialement colorable *peut le devenir* suite à une fusion.

Il faut donc *alterner* entre les deux phases. Cependant...

Complications

Reste un point délicat :

- la simplification doit *éviter de retirer un sommet susceptible d'être fusionné* à l'avenir...
- ... *sauf* si cela empêche toute simplification.

Un sommet portant une arête de préférence (« move-related ») n'est donc jamais simplifié.

Lorsque ni simplification ni fusion ne sont possibles, on *« gèle »* – en fait, on *supprime* – certaines arêtes de préférence. Cela peut permettre de nouvelles simplifications, donc de nouvelles fusions, etc.

L'algorithme de George et Appel

procédure $\textsc{Colorier}(G)$
$\textsc{Simplifier}(G)$

procédure $\textsc{Simplifier}(G)$
si s est trivialement colorable
et ne porte aucune arête de préférence
alors $\begin{cases} \textbf{soit } G' = G \setminus s \\ \textsc{Simplifier}(G') \\ \text{attribuer une couleur disponible à } s \end{cases}$
sinon $\textsc{Fusionner}$*(G)*

La simplification est *restreinte* de façon à ne pas supprimer d'opportunités de fusion. Lorsqu'elle ne s'applique plus, la *fusion* commence.

L'algorithme de George et Appel

procédure $\textsc{Fusionner}(G)$
si *a et b peuvent être fusionnés*
alors $\begin{cases} \textbf{soit } G' = G \textit{ où un unique sommet } ab \textit{ remplace } a \textit{ et } b \\ \textsc{Simplifier}(G') \\ \text{attribuer à } a \text{ et } b \text{ la couleur attribuée à } ab \end{cases}$
sinon $\textsc{Geler}$*(G)*

La fusion est *restreinte* par un critère conservatif (Briggs, George, ou autre). Après chaque fusion, la *simplification* reprend. Si aucune fusion (donc aucune simplification) n'est possible, le *gel* commence.

L'algorithme de George et Appel

procédure $\textsc{Geler}(G)$
si s est trivialement colorable
alors $\begin{cases} \textbf{soit } G' = G \textit{ privé des arêtes de préférence issues de } s \\ \textsc{Simplifier}(G') \end{cases}$
sinon $\textsc{Spill}$*(G)*

S'il existe un sommet que l'on n'a pas simplifié dans l'espoir d'une fusion, le gel consiste à *abandonner cet espoir* pour permettre la simplification. Si aucun gel (donc ni simplification ni fusion) n'est possible, on passe au *« spill »* optimiste.

L'algorithme de George et Appel

procédure $\textsc{Spill}(G)$
si s est un sommet de coût minimal
alors
- **soit** $G' = G \setminus s$
- $\textsc{Simplifier}(G')$
- **si** une couleur reste disponible pour s
- **alors** la lui attribuer
- **sinon** « spiller » s

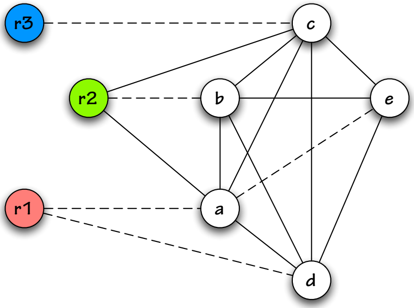
Le « spill » optimiste est identique à celui discuté précédemment.

Cet algorithme peut être implanté avec une *complexité linéaire*, si on suppose le graphe *de degré borné*. Toutefois, le code devient complexe.

ensiie

Exemple

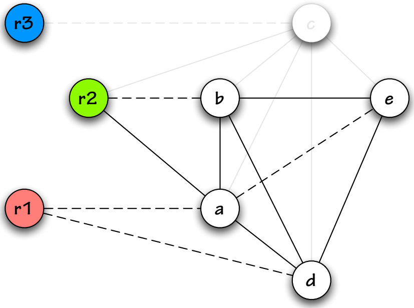
On suppose $k = 3$. On applique le critère de George.



Aucune simplification, fusion ou gel n'est possible... On va donc *« spiller »* un sommet, *par exemple* c.

Exemple

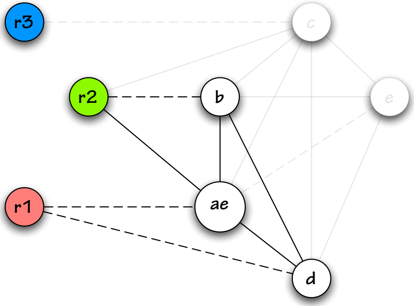
c a été supprimé du graphe.



e est trivialement colorable mais non simplifiable. $r2$ et b ne sont pas fusionnables car $r2$ n'interfère pas avec d. *a et e le sont.*

Exemple

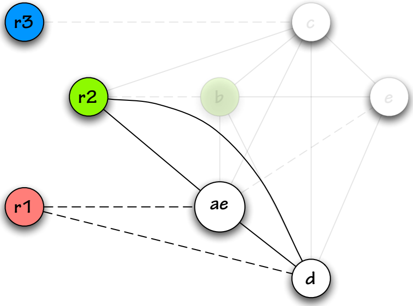
a et e ont été fusionnés.



On peut fusionner $r2$ et b ou bien $r1$ et ae, *car b et d sont trivialement colorables*. On choisit les premiers.

Exemple

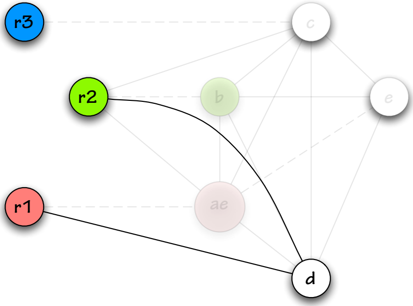
$r2$ et b ont été fusionnés. $r2$ interfère maintenant avec d.



Tous les sommets sont trivialement colorables. On peut donc fusionner $r1$ et ae ou bien $r1$ et d. On choisit les premiers.

Exemple

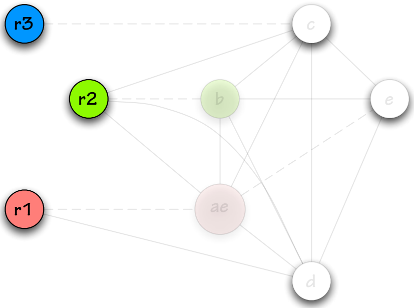
$r1$ et ae ont été fusionnés.



d est trivialement colorable. Il est donc à présent possible de le *simplifier.*

Exemple

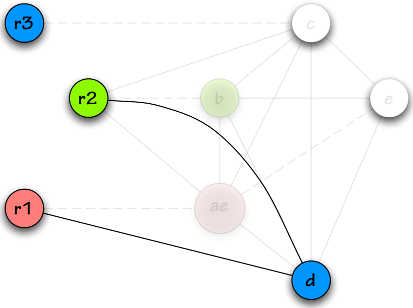
Le graphe est maintenant vide.



On reprend donc la série de transformations qui nous a mené jusqu'ici, *dans l'ordre inverse*, et en attribuant des couleurs.

Exemple

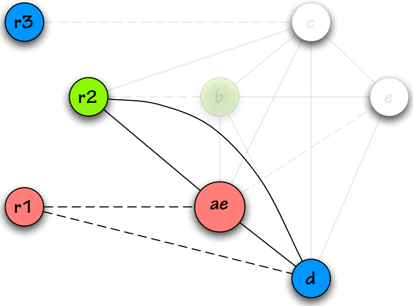
d avait été simplifié.



Il reçoit l'unique *couleur disponible*, celle que ses deux voisins n'exploitent pas, à savoir $r3$.

Exemple

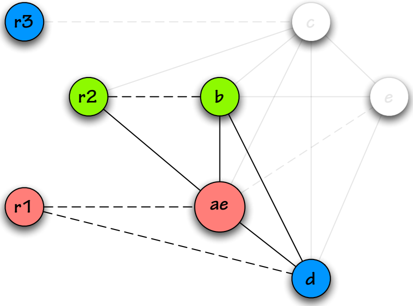
ae avait été coalescé avec $r1$.



Il reçoit donc la couleur $r1$. Bien sûr, nous savions déjà cela.

Exemple

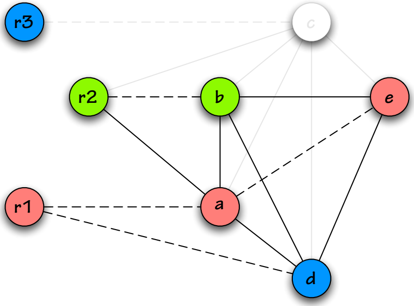
De même, b avait été coalescé avec $r2$.



Il reçoit donc la couleur $r2$.

Exemple

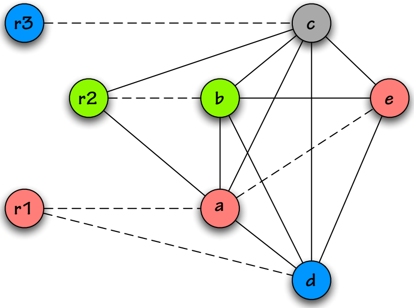
e avait été coalescé avec a.



Il reçoit donc la même couleur que a, à savoir $r1$.

Exemple

Enfin, c était *candidat* au « spill ».



Parce que ses cinq voisins exploitent les $k = 3$ couleurs, il doit *effectivement* être « spillé ».

L'algorithme de George et Appel

L'algorithme de George et Appel est efficace et produit du code de bonne qualité.

« Coalescing » optimiste

Park et Moon (1998) ont suggéré *l'optimisme* plutôt que la prudence :

- on *fusionne agressivement*, ce qui présente l'avantage d'ouvrir de nouvelles opportunités de simplification ;
- si on est amené à « spiller » un sommet obtenu par fusion, on *défait* la fusion dans l'espoir d'éviter le « spill » ;
- cela crée une *interaction* avec la simplification : défaire une fusion peut rendre non trivialement colorable un sommet déjà retiré du graphe car considéré comme trivialement colorable...

En bref, l'inventivité est sans fin.

Algorithmes de coloriage

2. Algorithmes de « spill »

Quelques problèmes pratiques

ensiie

Problème

Lorsque certains sommets n'ont pu être colorés, il faut *modifier le code* pour diminuer le nombre de registres physiques nécessaires simultanément.

Mais comment ?

D'innombrables modifications différentes et correctes sont possibles, car on peut, en tout point du code, décider de *transférer* une valeur d'un registre vers la mémoire ou vice-versa.

Une solution simple

Soit %p un pseudo-registre « spillé ».

La solution la plus simple, due toujours à Chaitin, consiste à :

- *réserver* un emplacement de pile ;
- considérer que le contenu de %p sera stocké *à tout instant* à cet emplacement.

Si la machine cible est *CISC*, les instructions qui définissent ou utilisent %p peuvent donc être traduites en des instructions qui lisent un opérande ou écrivent un résultat *directement en mémoire*.

Mais, ...

La poule et l'œuf

Toutefois, si la machine cible est *RISC*, seules des instructions dédiées, **lw** et **sw** pour le MIPS, permettent d'accéder à la mémoire.

Il faut donc émettre un **sw** après chaque *écriture* dans %p et un **lw** avant chaque *lecture*.

Une instruction ERTL comme **add** peut ainsi être traduite, au pire, par une séquence de *deux* **lw**, un **add**, et un **sw**...

Mais *quels registres physiques* utiliseront ces quatre instructions pour communiquer !?

ensiie

Quelques œufs de côté

Deux réponses sont possibles :

- on fait apparaître les instructions **lw** et **sw** dans le code *source*, c'est-à-dire ERTL ; leurs opérandes sont alors des *pseudo-registres* ; et on *recommence* l'allocation de registres à partir du début. Pour garantir la terminaison, on *interdit* de « spiller » les pseudo-registres nouvellement introduits.
- on réserve deux registres physiques, que l'on rend *non allouables*, et on les emploie ici.

La première approche est plus courante dans la littérature et la *seule viable* lorsque le processeur a *peu de registres*. La seconde est *plus simple* et adoptée dans le petit compilateur.

Allocation des emplacements de pile

Comment décide-t-on que tel pseudo-registre occupera tel emplacement, en *respectant* arêtes d'interférence et de préférence ?

C'est simple – cette fois, réellement. Il s'agit d'un problème de *coloriage du graphe résiduel* formé par les pseudo-registres « spillés » seuls, pour $k = \infty$.

On applique les heuristiques de simplification et de « coalescing » agressif.

Au-delà de la solution simple

On peut faire mieux qu'insérer des **lw** et **sw** à chaque utilisation ou définition.

Par exemple, si un site d'utilisation est « *proche* » d'un site de définition ou d'un site d'utilisation antérieur, alors un nouveau **lw** n'est pas nécessaire.

En d'autres termes, on peut exploiter le fait que, par moments, la valeur existe *simultanément* dans un registre physique et en mémoire.

Au-delà de la solution simple

Deuxième amélioration : parfois, il est moins coûteux de *recalculer* une valeur que de la *stocker* en mémoire.

C'est le cas si cette valeur est *constante* ou bien une *expression connue*, par exemple la somme des valeurs de deux registres physiques toujours disponibles. On détecte ces situations à l'aide d'une technique d'analyse proche de celle requise pour l'élimination des sous-expressions communes (cours n° 6).

Cette technique est appelée *rematérialisation*.

Au-delà de la solution simple

D'autres techniques encore ont été étudiées :

- *« live range splitting »* : effectuer une mise en forme SSA pour décorréler les différents usages d'un même pseudo-registre ;
- *« interference region splitting »* : supprimer l'interférence entre deux pseudo-registres en émettant des **lw** et **sw** *seulement* dans la région où l'interférence se produit ;
- *« spill propagation »* : effectuer une fusion pour « spiller » sur une région plus grande est parfois bénéfique.

Idées de plus en plus complexes et parfois contradictoires !

Une approche optimale

On peut être tenté de dire *« stop »* et de rechercher une fois pour toutes une solution *optimale*. Diverses méthodes ont été étudiées mais restent pour l'instant *trop inefficaces*.

L'idée (Goodwin & Wilken, 1996) est de réduire le problème à un *système d'équations et inéquations entre variables entières ou booléennes* et de le soumettre à un solveur spécialisé pré-existant (« integer linear programming »).

ensiie

Algorithmes de coloriage

Algorithmes de « spill »

3 Quelques problèmes pratiques

Le registre $zero

Le registre $zero du MIPS contient toujours la valeur 0, même si on y a écrit une autre valeur. Est-il *inutilisable ?*

En fait, on peut le déclarer *allouable* si l'on considère qu'il *interfère* avec tous les pseudo-registres où l'on écrit des valeurs non nulles. Ainsi, le fragment de code :

```
li    %0, 0
sw    %0, 0($gp)
```

pourra être traduit par :

```
sw    $zero, 0($gp)
```

ensiie

Code à deux adresses

L'Intel x86 a une instruction d'addition à *deux* adresses au lieu de trois :

add r_1, r_2

Le registre r_1 est à la fois *source* et *destination*.

Si le code intermédiaire est à trois adresses, on peut y *insérer* des instructions **move** pour garantir que la destination et le premier opérande de chaque addition coïncident.

ensiie

Classes de registres

La plupart des processeurs ont plusieurs *classes* de registres physiques, par exemple entiers et flottants. Si ces classes sont *disjointes,* cela donne lieu à deux problèmes d'allocation *distincts*.

Mais, parfois, les registres physiques ne sont pas *interchangeables* ou bien pas *indépendants*...

Interchangeabilité

Deux registres sont *interchangeables* s'ils ont exactement les mêmes usages.

Ce n'est pas toujours le cas. Par exemple, sur les Motorola 68K, l'instruction d'addition accepte un registre *« d'adresse »* ou de *« de données »* en tant que source, mais l'instruction de multiplication n'accepte qu'un registre « de données ».

Indépendance

Deux registres sont *indépendants* s'il est possible d'écrire dans l'un sans modifier le contenu de l'autre.

Ce n'est pas toujours le cas. Par exemple, sur certains processeurs ARM, les registres flottants peuvent être *organisés au choix* en 32 registres simple précision, 16 registres double précision, 8 registres scalaires et 6 vecteurs de 4 éléments, ou bien 8 registres scalaires et 3 vecteurs de 8 éléments !

Heureusement, on peut traiter les cas les plus courants à l'aide d'un algorithme de coloriage généralisé : cf. « A Generalized Algorithm for Graph-Coloring Register Allocation » (Smith et al., 2004).

Pour finir

Pour passer de ERTL à LTL, le petit compilateur utilise :

Kildall	Calcul de point fixe
Liveness	Analyse de durée de vie
Interference	Opérations sur le graphe d'interférences
Zero	Cas particulier pour $zero
Build	Construction du graphe d'interférences
Uses	Comptage des emplois des pseudo-registres
Coloring	Coloriage à la George et Appel
Spill	Coloriage avec $k = \infty$
Ertl2rtlI	Introduction des **lw** et **sw**
Ertl2rtl	Combinaison du tout