Annexe 6

# Aperçu d'automatique

Un système, dont on doit contrôler un paramètre de «sortie» y, se présente suivant le schéma ci-dessous.
Les entrées d'un contrôleur sont la «sortie» réelle et l'erreur, ou bien l'erreur et la variation de cette erreur, ou plus généralement plusieurs paramètres physiques. Quant à sa sortie, elle constitue l'entrée du système à asservir.

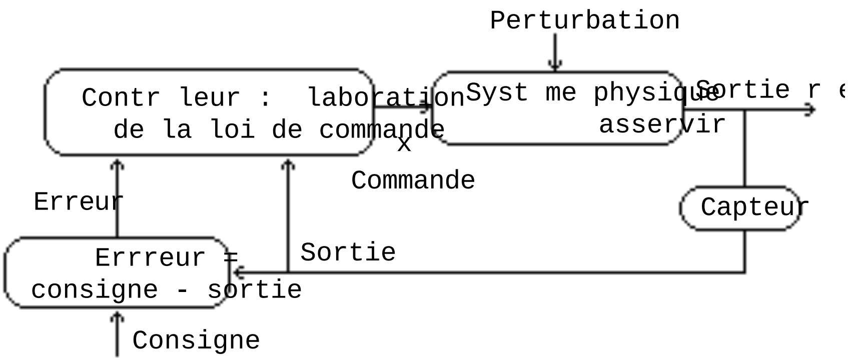


**Figure A.6.1** Schéma d'un contrôleur en boucle fermée.

Les contrôleurs sont des systèmes calculant une commande notée x ou u en fonction de l'erreur e et de sa dérivée, leurs types sont (t est le temps) :

| | | | |
|---|---|---|---|
| P | proportionnel | $x(t) = ke(t)$ | k est appelé un "gain" |
| I | intégral | $x(t) = \int_{[0,\, t]} e(u)/T \, du$ | risque d'oscillations |
| D | dérivé $x(t) = T' \, de(t)/dt$ | | on amortissement |
| PI | $x(t) = ke(t) + \int_{[0,\, t]} e(u)/T \, du$ | Laplace | $X(p) = (k + 1/Tp)E(p)$ |
| PD | $x(t) = ke(t) + T' \, de(t)/dt$ | | $X(p) = (k + T'p)E(p)$ |
| PID | $x(t) = ke(t) + \int_{[0,\, t]} e(u)/T \, du + T' \, de(t)/dt$ | | $X(p) = (k + 1/Tp + T'p)E(p)$ |

Les problèmes auxquels sont confrontés ces contrôleurs sont ceux du réglage des paramètres k, T, T' ... afin d'obtenir un compromis entre une réponse rapide mais oscillante voire instable, ou bien trop lente. Ces réglages sont difficiles, tout comme les contrôleurs flous, et les critères d'optimisation à réduire peuvent être l'intégrale de la valeur absolue ou du carré de l'erreur sur un temps plus ou moins long. L'exemple de la consigne en créneaux du chapitre 5 est un exemple industriel typique.

Après mise au point, les PID fonctionnent soit grâce à leur formule (PID numériques), soit en calculant la fonction de transfert en Z à partir d'un échantillon de mesures précédentes (PID discrets). Pour un système, nous notons donc son entrée u qui est la sortie engendrée par le contrôleur, y sa sortie réelle, x = e, l'«erreur». Un système est dit linéaire (le contrôle flou rend service précisément dans le cas non linéaire) si on a une relation du type :

$a_n\partial y(t)/dt + ... + a_1\partial y(t)/\partial t + a_0 y(t) = b_k\partial u(t)/dt + ... + b_1\partial u(t)/\partial t + b_0 u(t)$

En ce cas, grâce à la transformée de Laplace, on peut écrire :

$$H(p) = \frac{Y(p)}{U(p)} = \frac{b_k p^k + ... + b_1 p + b_0}{a_n p^n + ... + a_1 p + a_0}$$

Ces systèmes sont dits du premier, second, troisième ... ordre suivant que n = 1, 2, 3 ... avec k = 0. H est la transmittance ou fonction de transfert, son original de Laplace donne y par convolution : y (t) = (h * u) (t), h est la réponse impulsionnelle du système.

En considérant un système à plusieurs dimensions, déterminer le vecteur de commande U, c'est résoudre les équations matricielles X' = AX + BU, Y = CY + DU. On cherche alors les fonctions de transfert réunies dans une matrice T vérifiant Y(p) = T(p).U(p) et les transformées de Laplace des deux équations donnent :

$pX(p) = AX(p) + BU(p)$ et $Y(p) = [C(pI - A)^{-1}B + D]U(p)$ soit :

$T(p) = C(pI - A)^{-1}B + D$

Les valeurs propres de A sont les pôles de T.