Projet

Le but de ce projet est d'implanter une extension du critère de terminaison dit « sous-terme » pour les paires de dépendance (voir cours).

Les présupposés de ce théorème sont les suivants :

- tous les termes sont dans une algèbre de termes $\mathscr{T}(\mathscr{F}, \mathscr{X})$ (donc bien formés) ;
- l'algèbre $\mathscr{T}(\mathscr{F}, \mathscr{X})$ contient un nombre infini (au moins dénombrable) de variables ;
- les règles des systèmes de récriture sont régulières, les membres à gauche ne sont pas réduits à des variables.
- P est une projection simple au sens du cours (p. 82) ;
- R est un système de récriture ;
- G_{init} est une sur-approximation du graphe de dépendance du système R ;
- $\langle u_0, v_0 \rangle$ est une paire de dépendance de R.

Théorème 1 *Si $u_0 \neq v_0$, $P(u_0)(\rhd \cup \rightarrow_R)^+ P(v_0)$, et si pour toute paire $\langle u, v \rangle$ dans la même partie fortement connexe G_n du graphe G que $\langle u_0, v_0 \rangle$ on a $P(u)(\trianglerighteq \cup \rightarrow_R)^* P(v)$, alors $\mathsf{DPR}(G_n, R)$ termine ssi $\mathsf{DPR}(G_n \setminus \langle u_0, v_0 \rangle, R)$ termine.*

L'idée de la preuve est la suivante. Supposons l'existance d'une paire $\langle u_0, v_0 \rangle$ et d'une projection telles que dans les prémisses du théorème. Supposons l'existance d'une chaîne infinie minimale de $\mathsf{DPR}(G_n, R)$. Cette chaîne est soit contenue dans $G_n \setminus \langle u_0, v_0 \rangle$ soit fait intervenir un nombre infini de fois $\langle u_0, v_0 \rangle$. Dans le premier cas on est bien ramené à la terminaison de $\mathsf{DPR}(G_n \setminus \langle u_0, v_0 \rangle$. Dans le deuxième cas, on peut sans perte de généralité considérer une chaîne qui commence à une instance $u_0\sigma$ de u_0. L'application de la projection nous permet alors de construire une dérivation infinie avec des étapes de $\rightarrow_R$ et $\rhd$ partant de $P(u_0\sigma) \lhd u_0\sigma$, contredisant ainsi la minimalité de la chaîne initiale.

L'exercice consiste à retourner, sur la donnée d'un système de récriture R, une liste de graphes suffisants (au sens du critère énoncé ici) pour montrer la terminaison de R, c'est-à-dire dont les parties fortement connexes détectées comme non minimales ont été retirées. Dans le but de factoriser la recherche des projections, vous pourrez travailler sur des *composantes* fortement connexes et non sur des *parties*. Il est à noter que cette simplication se fait au prix de la complétude, par contre, la correction est bien sûr préservée. Il est suffisant de considérer des paires de dépendance non marquées.

Vous êtes libres d'utiliser la structure de votre choix pour les graphes et une bibliothèque adaptée afin de faciliter vos manipulations de graphes (par exemple ocamlgraph `http://ocamlgraph.lri.fr/`). Nous vous fournissons des fonctions de *filtrage* et d'*unification* implantées en OCaML.

Vous pourrez vous baser sur la signature donnée sous la forme d'un fichier mli annoté par des spécifications informelles.

Le projet est attendu en OCaML, toutefois si vous souhaitez le coder en un autre langage, demandez-nous notre accord au préalable.